TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

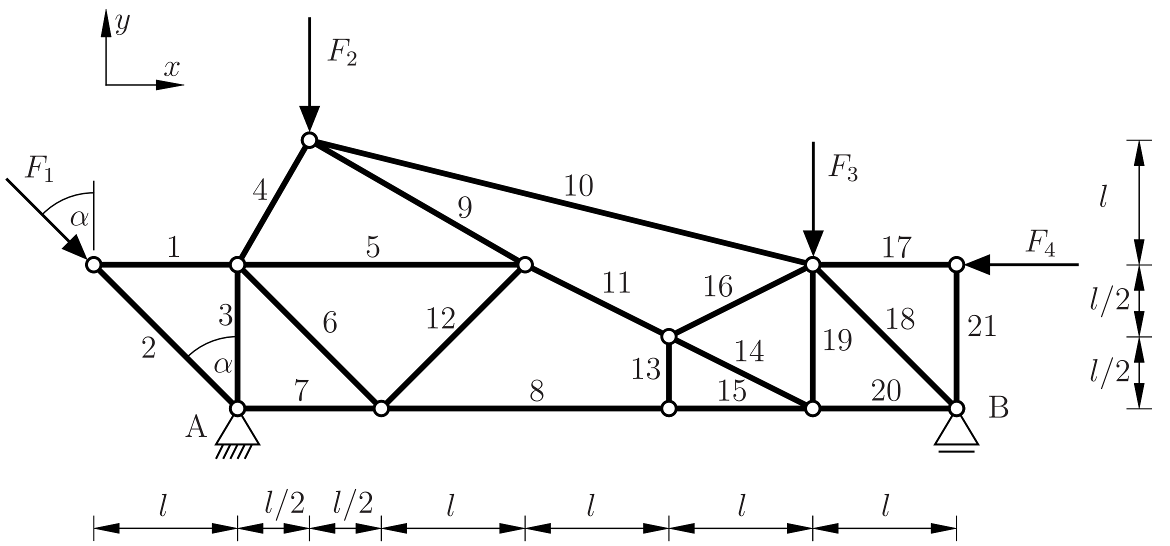
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 1 von 3)

Das hier dargestellte Fachwerk ist in den Punkten A und B gelagert und wird durch die Einzelkräfte F_1, F_2, F_3 und F_4 belastet.



a)
Geben Sie sämtliche Nullstäbe an, welche aufgrund gängiger Kriterien direkt als solche identifiziert werden können (keine Rechnung). **(2,0 Punkte)**
Hinweis: Das Nennen falscher Stabnummern führt zu Punktabzug.

$S_1, S_{13}, S_{16}, S_{21}$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 2 von 3)

b)
Berechnen Sie die Auflagerreaktionen in den Punkten A und B in Abhängigkeit von F_1, F_2, F_3, F_4 und α bezüglich der durch das vorgegebene Koordinatensystem als positiv definierten Richtungen. **(3,0 Punkte)**

$$A_x = -F_1 \sin(\alpha) + F_4$$

$$A_y = F_1 \cos(\alpha) + \frac{9}{10} F_2 + \frac{1}{5} F_3 + \frac{1}{5} F_4$$

$$B_y = \frac{1}{10} F_2 + \frac{4}{5} F_3 - \frac{1}{5} F_4$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

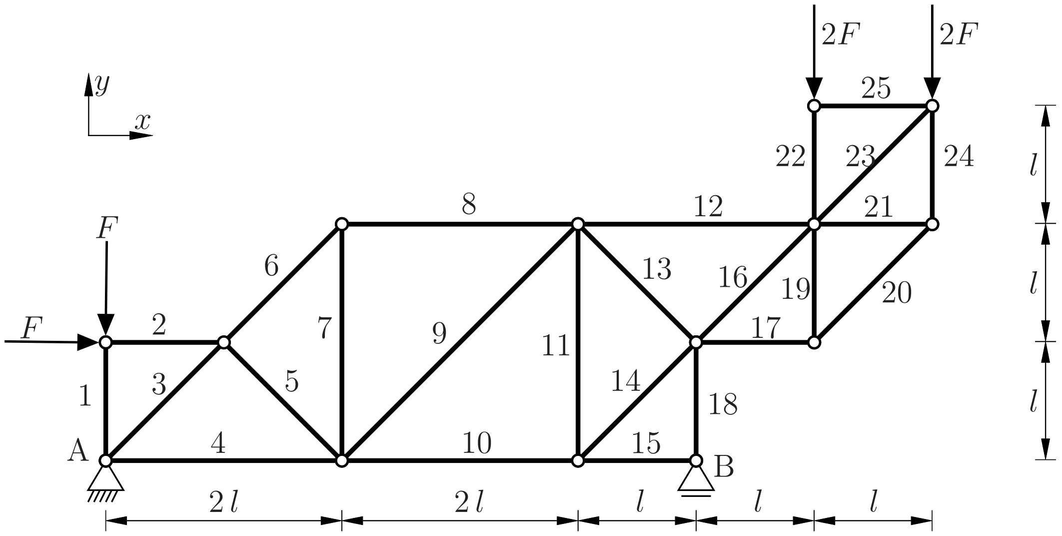
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 3 von 3)

c)
Das hier dargestellte Fachwerk ist in den Punkten A und B gelagert und wird an den gekennzeichneten Stellen durch die Einzelkräfte F und $2F$ belastet.



Für das Fachwerk ergeben sich daraus die Auflagerreaktionen gemäß den durch das vorgegebene Koordinatensystem als positiv definierten Richtungen zu

$$A_x = -F \quad , \quad A_y = -\frac{2}{5}F \quad \text{und} \quad B_y = \frac{27}{5}F.$$

Berechnen Sie die Stabkräfte S_8, S_9, S_{10}, S_{20} und S_{21} in Abhängigkeit von F unter Berücksichtigung der Konvention positiver Zugkräfte. **(5,0 Punkte)**

$S_8 = \frac{9}{10}F$

$S_{20} = -\sqrt{2}\,2\,F$

$S_9 = \sqrt{2}\frac{7}{5}F$

$S_{21} = 2\,F$

$S_{10} = -\frac{23}{10}F$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

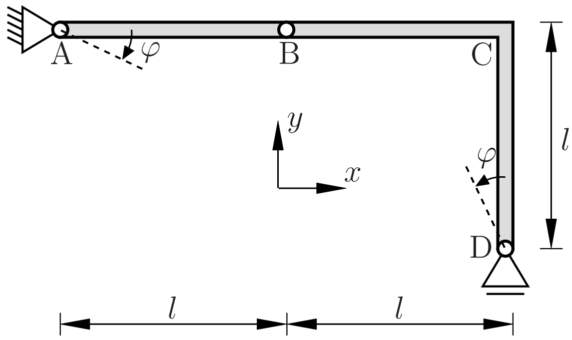
Vorname: ________________

Nachname: ________________

Matr.-Nr.: ________________

Aufgabe 2 (Seite 1 von 4)

Das nebenstehend dargestellte Tragwerk besteht aus einem starren Rahmen und einem starren Balken. Der Freiheitsgrad des Systems ist unter Berücksichtigung kleiner Auslenkungen bereits mit φ vorgegeben. Sämtliche Abmessungen sind der Zeichnung zu entnehmen.



a)
Geben Sie die virtuellen Verrückungen an den Punkten B, C und D in Bezug auf das gegebene x-y-Koordinatensystem und der virtuellen Verdrehung $\delta\varphi$ unter Voraussetzung kleiner Auslenkungen aus der dargestellten Lage ($\varphi = 0$) an. **(1,5 Punkte)**

$$\delta \boldsymbol{r}_B = 0\,\boldsymbol{e}_x - l\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_y$$

$$\delta \boldsymbol{r}_C = 0\,\boldsymbol{e}_x + 0\,\boldsymbol{e}_y$$

$$\delta \boldsymbol{r}_D = l\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_x + 0\,\boldsymbol{e}_y$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

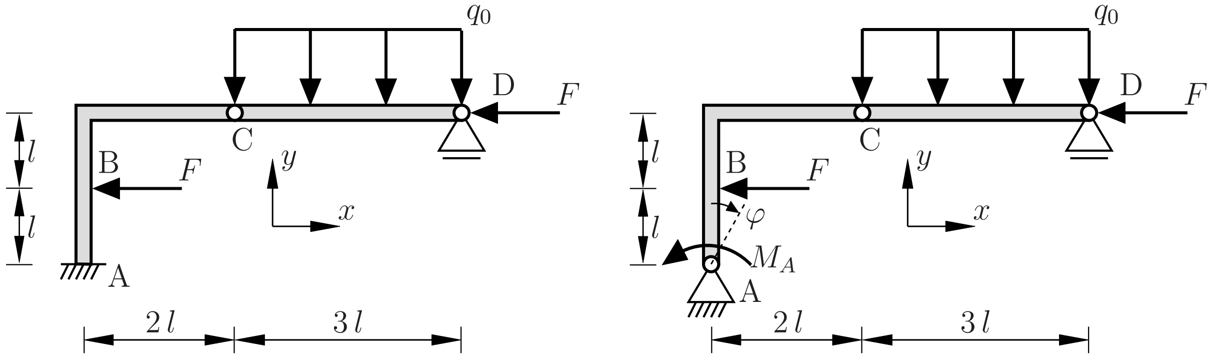
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 2 von 4)

Das unten dargestellte Tragwerk besteht aus einem starren Rahmen und einem starren Balken. Das Originalsystem (linkes Bild) weist in Punkt A eine Einspannung auf. Diese ist im modifizierten System (rechts Bild) bereits durch ein Festlager und ein wirkendes Moment M_A ersetzt worden. Weiterhin ist dort der Freiheitsgrad φ eingeführt worden. Sämtliche Abmessungen sind der Zeichnung zu entnehmen.



b)
Geben Sie die virtuelle Arbeit $\delta W(\delta\,\varphi)$ in Bezug auf den Freiheitsgrad φ und das vorgegebene x-y-Koordinatensystem an. Dabei seien die virtuellen Verrückungen als

$$\delta \boldsymbol{r}_\mathrm{B} = \delta\varphi\, l\, \boldsymbol{e}_x \qquad \delta \boldsymbol{r}_\mathrm{C} = \delta\varphi\, l\, \boldsymbol{e}_x - \delta\varphi\, l\, \boldsymbol{e}_y \qquad \delta \boldsymbol{r}_\mathrm{D} = 2\,\delta\varphi\, l\, \boldsymbol{e}_x\ .$$

gegeben. Bestimmen Sie das Moment M_A, das im Punkt A im statischen Gleichgewichtszustand wirkt. **(2,5 Punkte)**

$$\delta W(\delta\varphi) = \left[\tfrac{3}{2} q_0\, l^2 - 3\,F\,l - M_\mathrm{A}\right] \delta\,\varphi$$

$$M_\mathrm{A} = \tfrac{3}{2} q_0\, l^2 - 3\,F\,l$$

Welchen Wert muss q_0 annehmen, damit das Moment M_A zur Erhaltung des statischen Gleichgewichts nicht nötig ist? **(0,5 Punkte)**

$$q_0 = \tfrac{2\,F}{l}$$

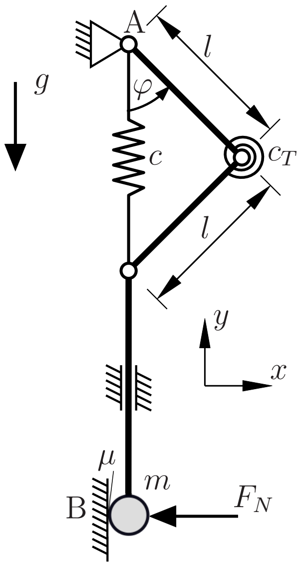
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 3 von 4)

Das nebenstehend dargestellte System befindet sich im Schwerefeld (Beschleunigung g). Es besteht aus drei masselosen Stäben, einer Zugfeder (Federsteifigkeit c), einer Drehfeder (Drehfedersteifigkeit c_T) und einer Masse m. Im Ausgangszustand ($\varphi(t = 0) = 45°$) sind beide Federn ungespannt. An der Kontaktstelle zwischen Masse und Wand (Punkt B) wirkt der Reibkoeffizient $\mu > 0$ sowie eine Normalkraft F_N.



c)
Geben Sie ein Gesamtpotential des Systems $\Pi(\varphi)$ in Abhängigkeit des Freiheitsgrades φ an. Nehmen Sie dafür $F_N = 0$ an. **(3,0 Punkte)**

$$\Pi(\varphi) = 2\,c_T\left[\varphi - \tfrac{\pi}{4}\right]^2 + \tfrac{1}{2}c\,l^2\left[\sqrt{2} - 2\,\cos(\varphi)\right]^2 - 2\,m\,g\,l\,\cos(\varphi)$$

d)
Nun wirkt eine Normalkraft $F_N > 0$ gemäß der Zeichnung in Punkt B. Ist die Gleichgewichtsbedingung weiterhin durch ein Potential bestimmbar? Begründen Sie Ihre Antwort. **(1,0 Punkte)**

Aufgrund der nun wirkenden Normalkraft $F_N > 0$ ist das System am Punkt B nun reibungsbehaftet. Daher ist die Gleichgewichtsbedingung nicht mehr über ein Potential bestimmbar.

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

e)
Für ein anderes System ist das Gesamtpotential zu

$$\widetilde{\Pi}(\varphi) = \frac{1}{2}\, c_T\, \varphi^2 + 2\, m\, g\, l\, \sin(2\,\varphi) + \frac{1}{2}\, c\, \sin^2(\varphi)\, l^2$$

bestimmt worden. Geben Sie die spezifische Gleichgewichtsbedingung für dieses System bezüglich des Freiheitsgrades φ an. **(1,5 Punkte)**

$$\frac{\partial\widetilde{\Pi}}{\partial\varphi} = c_T\, \varphi + 4\, m\, g\, l\, \cos(2\,\varphi) + c\, l^2\, \sin(\varphi)\, \cos(\varphi) = 0$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

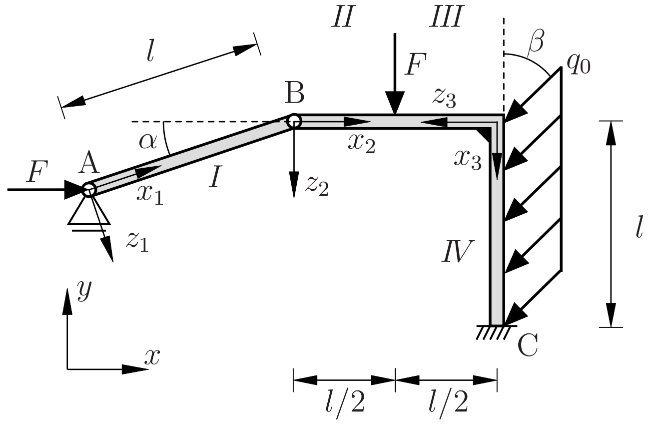
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 1 von 3)

a)
Das nebenstehende System besteht aus einem Rahmen und einem gelenkig verbundenen Balken. Die **Auflagerreaktionen** in Bezug auf die durch das x, y-Koordinatensystem als positiv definierten Koordinatenrichtungen sind mit A_y, C_x, C_y und M_C bereits **gegeben**.



Geben Sie die Funktionen der Normalkraft in den ausgewählten Bereichen an.

(1,5 Punkte)

$$N_{II}(x_2) = -F$$

$$N_{IV}(x_3) = A_y - F - q_0\, x_3\, \cos(\beta) = -C_y + q_0\, [l - x_3]\, \cos(\beta)$$

Geben Sie die Funktionen des Biegemoments in den ausgewählten Bereichen an.

(3,0 Punkte)

$$M_I(x_1) = -F\, \sin(\alpha)\, x_1 + A_y\, \cos(\alpha)\, x_1$$

$$M_{II}(x_2) = A_y\, x_2$$

$$M_{IV}(x_3) = A_y\, l - F\, \frac{l}{2} + F\, x_3 - q_0\, \frac{x_3^2}{2}\, \sin(\beta) = M_C + C_x\, [l - x_3] - q_0\, \frac{[l-x_3]^2}{2}\, \sin(\beta)$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

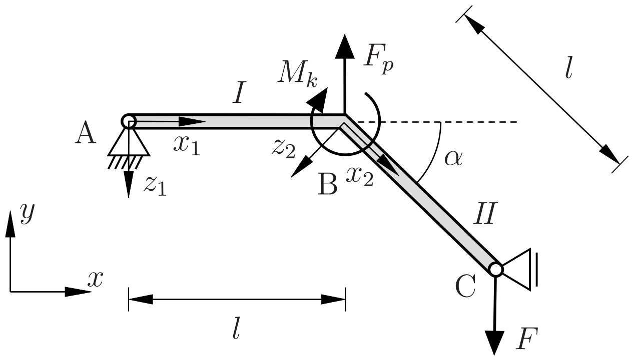
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 2 von 3)

b)
Im Folgenden soll das nebenstehende System betrachtet werden. Der abgewinkelte Rahmen ist durch die Kräfte F und F_p, sowie das Moment M_k belastet.



Geben Sie für den abgewinkelten Rahmen die Bedingungen zwischen den Schnittgrößen N, Q und M am Übergang zwischen Bereich I und II in Punkt B an. **(2,5 Punkte)**

$$N_I = N_{II}\,\cos(\alpha) - Q_{II}\,\sin(\alpha)$$

$$Q_I = N_{II}\,\sin(\alpha) + Q_{II}\,\cos(\alpha) - F_p$$

$$M_I = M_{II} - M_k$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

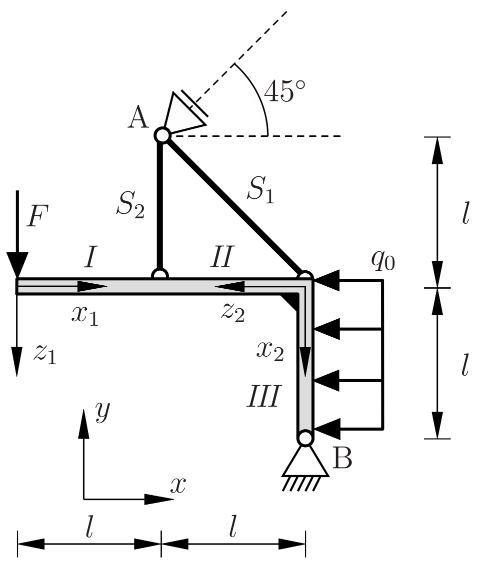
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 3 von 3)

c)
Das nebenstehende System besteht aus einem abgewinkelten Rahmen und zwei Pendelstützen. Zwischen der aufgeprägten Streckenlast und der Einzellast gilt das Verhältnis $F = 2\,q_0\,l$. Die Lagerreaktionen, bezogen auf die positiven Koordinatenrichtungen des x, y-Koordinatensystems, sind wie folgt bestimmt

$$A = \frac{3}{\sqrt{2}}\,q_0\,l\,,$$
$$B_x = -\frac{1}{2}\,q_0\,l\,,$$
$$B_y = \frac{1}{2}\,q_0\,l\,.$$



Geben Sie qualitativ den Verlauf des Biegemoments für den abgewinkelten Rahmen an. Ergänzen Sie Ihre Skizze um charakteristische Werte an den Rand- und Übergangsbereichen. Geben Sie zusätzlich für jeden Abschnitt den Polynomgrad p der entsprechenden Funktion an. **(3,0 Punkte)**